Prijemni ispit iz Matematike

1. Proveriti tačnost jednakosti

$$\left(\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}\sqrt{y}}+\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{2\sqrt{x}\sqrt{y}+x}{3x}\right)^{-1}=3\sqrt{x}.$$

Uputstvo. Računati sa korenima, ili smenom $x=a^2$, $y=b^2$.

2. Rešiti jednačinu

$$2^{2x}-6\cdot 2^{x}+8=0.$$

3. Rešiti jednačinu

$$\left(\log_{\frac{1}{2}}(4x)\right)^2+\log_2\frac{x^2}{8}=8$$

4. Proveriti tačnost jednakosti

$$\frac{\sin^2\alpha-tg^2\alpha}{\cos^2\alpha-ctg^2\alpha}=tg^6\alpha.$$

Felvetell vizsga matematikabol

1. Ellenorizze az egyenloseg pontossagat

$$\left(\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}\sqrt{y}}+\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{2\sqrt{x}\sqrt{y}+x}{3x}\right)^{-1}=3\sqrt{x}.$$

Utasitas. Megoldani gyoker segitsegevel, vagy valtasal $x=a^2$, $y=b^2$.
2. Oldja meg a koventkezo egyenletet

$$2^{2x}-6\cdot 2^{x}+8=0.$$

3. Oldja meg a koventkezo egyenletet

$$\left(\log_{\frac{1}{2}}(4x)\right)^2+\log_2\frac{x^2}{8}=8$$

4. Ellenorizze az egyenloseg pontossagat

$$\frac{\sin^2\alpha-tg^2\alpha}{\cos^2\alpha-ctg^2\alpha}=tg^6\alpha.$$

Prijemi ispit iz matematike

1. Dokazati identitet

$$\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{1-\sqrt{2}}\right)^{-2}=10.$$

2. Rešiti jednačinu

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3-3x}=\frac{\log_2 4}{\log_2 8}$$

3. Rešiti jednačinu

$$\log_{\sqrt{8}}\left(3^{2x}-1\right)-\log_{\sqrt{8}}\left(3^{x}-2\right)=2.$$

Prijemi ispit iz matematike

1. Uprostiti izraz
$$\left(\frac{4}{5} : \frac{4}{7} + 0,2 \cdot \frac{7}{2}\right) \cdot \frac{10}{7}.$$

2. Dokazati jednakost
$$\frac{a^2 - 9}{(a-3)^2 + 12a} \cdot \frac{4a + 12}{2} + 6 = 2a.$$

3. Rešiti jednačinu
$$\log_3(x^2 - 7x + 21) = 2.$$

REŠENJA

1)

$$\left(\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}+\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{3x}{2\sqrt{x}\sqrt{y}+x}\right)=3\sqrt{x}.$$

$$(\sqrt{y}+\sqrt{x}+\sqrt{y})\cdot\frac{3x}{\sqrt{x}(2\sqrt{y}+\sqrt{x})}=3\sqrt{x}.$$

2) Ako se uvede smena $y=2^x$ dobija se jednačina $y^2-6y+8=0$, čija su rešenja $y_1=2$ i $y_2=4$. Odgovarajuća rešenja polazne jednačine $x_1=1$ i $x_2=2$.

3) Domen $x>0$, smena $y=\log_2 x$

$$(-\log_2 4-\log_2 x)^2+2\log_2 x-3=8,\qquad (2+y)^2+2y-3=8,$$

$$y^2+4y+4+2y-3=8,\qquad y^2+6y-7=0,\quad y_{12}=\frac{-6\pm\sqrt{36+28}}{2}=\frac{-6\pm 8}{2}=-3\pm 4,$$

$$y_1=-7,\quad \log_2 x=-7,\quad x_1=2^{-7}=\frac{1}{128},\qquad y_2=1,\quad \log_2 x=1,\quad x_2=2.$$

4)

$$\frac{\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}}=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{\sin^2\alpha(\cos^2\alpha-1)}{\cos^2\alpha(\sin^2\alpha-1)}=\tan^6\alpha.$$

1) Ako je L leva strana datog identiteta, tada je

$$\begin{aligned} L &= \left(\frac{1-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}\right)^2 + \left(1+\sqrt{2}\right)^2 + \left(1-\sqrt{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2}{1-2}\right)^2 + 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 10. \end{aligned}$$

2)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3-3x} = \frac{2\log 2}{3\log 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^1, \qquad x = 2.$$

3) Data jednačina se za $3^{2x}-1>0$ i $3^x-2>0$ može napisati kao

$$\log_{\sqrt{8}} \frac{9^x-1}{3^x-2} = 2,$$

odakle je

$$8 = \frac{9^x-1}{3^x-2}.$$

Poslednja jednačina se posle sredjivanja svodi na jednačinu $(3^x)^2 - 8\cdot 3^x + 15 = 0$. Posle smene $3^x = t$ dobijamo kvadratnu jednačinu $t^2-8t+15=0$ čija su rešenja $t_1=3$ i $t_2=5$, tako da su potencijalna rešenja zadate jednačine $x_1=1$ i $x_2=\log_3 5$. Proverom se utvrduje da su to i stvarna rešenja polazne jednačine.

1)

$$\left(\frac{7}{5}+\frac{7}{10}\right)\cdot\frac{10}{7} = \frac{3\cdot 7}{10}\cdot\frac{10}{7} = 3.$$

2)

$$\frac{(a-3)(a+3)}{(a+3)^2}\cdot 2(a+3)+6 = 2a-6+6 = 2a.$$

3)

$$x^2-7x+12=0, \qquad (x-3)(x-4)=0, \qquad x_1=3, \qquad x_2=4.$$